

ESAME DI AMMISSIONE
ALLE SCUOLE MEDIE SUPERIORI

MATEMATICA

Sussidi ammessi:

- calcolatrice tascabile non programmabile e con visore non grafico
- formulario di matematica
- materiale per scrivere e disegnare

Tempo a disposizione: 3 ore

Valutazione: Ogni esercizio vale 8 punti.
La nota 4 è ottenuta con 36 punti, la nota 6 con 56 punti.

1. Calcolare e semplificare il più possibile:

a) $\frac{a^2b - 2ab}{2ab - 4b}$

b) $\frac{4x}{3x-3} - \frac{9x-1}{6x-6} - 1$

c) $\frac{2x^{-3}}{(2x^{-1})^2} : \frac{x^2}{2}$

2. Risolvere i seguenti sistemi (indicare l'insieme delle soluzioni):

a)
$$\begin{cases} \frac{1-x}{2} < \frac{x}{6} + \frac{1}{3} \\ \frac{2x+1}{2} \leq \frac{7}{6} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - \frac{1}{4}(x-y) = 11 \\ 2y - \frac{1}{4}(y-x) = 17 \end{cases}$$

3. È data l'equazione in \mathbb{R} $\frac{a^2x}{a+1} = ax+1$, dove x è l'incognita e $a \in \mathbb{R}$.

a) Stabilire per quali valori di a l'equazione non ha senso.

b) Determinare per quale valore di a l'equazione ammette come soluzione 1.

c) Risolvere l'equazione per $a = \sqrt{2}$ (è richiesta la soluzione esatta).

d) Esistono dei valori per a tali che l'equazione data non abbia soluzione?

4. Un'organizzazione culturale, durante una festa di paese, incassa 840.- Fr grazie ad una lotteria. Se ogni suo socio fosse ricompensato con 25.- Fr per il lavoro svolto, resterebbe una certa somma da devolvere in beneficenza. Volendo invece devolvere il doppio di tale somma in beneficenza, ogni socio prenderebbe 5.- Fr in meno.
- Calcolare quanti sono i soci dell'associazione.
5. I lati di un quadrato vengono aumentati di 2, rispettivamente di 3 cm, in modo da ottenere un rettangolo avente un'area che supera di 96 cm^2 quella del quadrato di partenza.
- Determinare il lato del quadrato.
 - Calcolare di quanto si è allungata la diagonale del quadrato (è richiesto il valore esatto).
6. Si considerano le funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- $$x \mapsto y = 2 - \frac{2}{3}x \qquad x \mapsto y = \frac{4}{3}x^2 + 2$$
- Determinare se $x = -1$ ha un'immagine maggiore applicando la funzione f oppure la funzione g .
 - Calcolare per quali $x \in \mathbb{R}$ $f(x) + 1 = g(2)$.
 - Verificare che $x = 0$ soddisfa l'equazione $f(x) = g(x)$.
- Ci sono altri valori che soddisfano tale equazione?

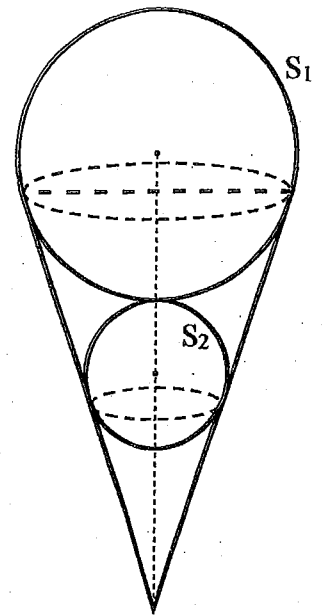
7. In un cono retto per il quale il raggio di base misura 60 cm

e l'altezza 144 cm sono inserite due sfere S_1 e S_2 :

S_1 è tangente al cono e lo interseca lungo la sua circonferenza di base,

S_2 è tangente sia al cono che a S_1 .

Determinare le misure dei raggi r_1 (di S_1) e r_2 (di S_2).



8. Aldo e Marco sono fratelli e hanno la passione per la bicicletta.

Un giorno essi partono assieme da casa alla stessa velocità,

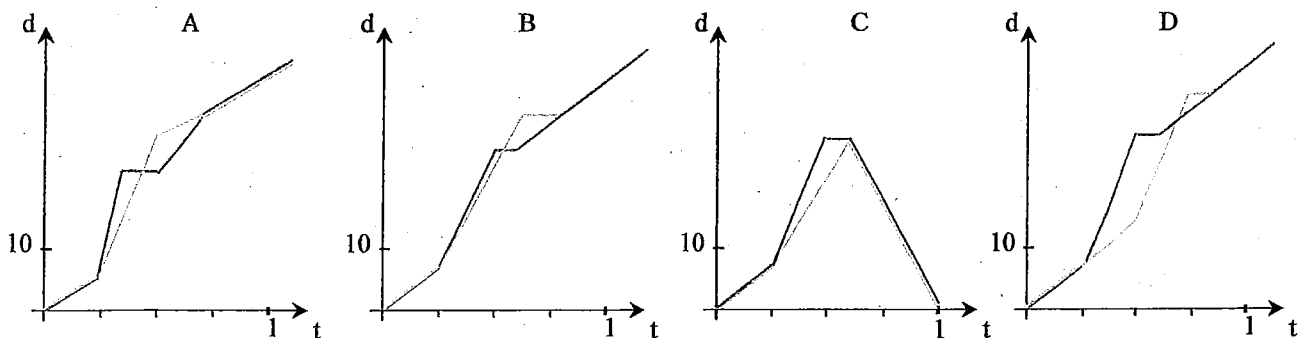
ma dopo 15' Aldo accelera e stacca Marco; dopo altri 15' Aldo purtroppo fora e durante i 5' che

impiega per la riparazione vede Marco passargli accanto e continuare senza chiedergli se avesse

bisogno di aiuto. Quando Aldo riparte (alla stessa velocità di quando erano partiti) ritrova però

Marco che si era fermato ad aspettarlo e riprendono a pedalare assieme fino al rientro a casa.

Trovare quale tra i grafici sottostanti corrisponde alla situazione descritta, indicando per quelli sbagliati il motivo.



Sull'asse delle ascisse è indicato il tempo t (in ore), sull'asse delle ordinate la distanza d (in km) percorsa dai due fratelli: in rosso Aldo, in azzurro Marco.

Valutazione:

Esercizio		Punti	Commento	Soluzioni
1	a)	2		$\frac{a}{2}$
	b)	3		$\frac{-7}{6}$
	c)	3		x^{-3}
	tot	8		
2	a)	4		$S =]\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$
	b)	4		$S = \{(5, 9)\}$
	tot	8		
3	a)	1		$a = -1$
	b)	2		$a = \frac{-1}{2}$
	c)	3		$S = \left\{ \frac{-\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \right\} = \left\{ \frac{-2-\sqrt{2}}{2} \right\}$
	d)	2		$a = 0$
	tot	8		
4	tot	8	2 punti per la prima equazione 2 punti per la seconda equazione 4 punti per la risoluzione del sistema	28 soci
5	a)	5	2 punti per l'impostazione dell'equazione 3 punti per la sua risoluzione	$L = 18 \text{ cm}$
	b)	3		differenza = $29 - 18\sqrt{2} \text{ cm}$
	tot	8		
6	a)	2		$g(-1) = \frac{10}{3} > f(-1) = \frac{8}{3}$
	b)	3		$x = -2$
	c)	3		$x = \frac{-1}{2}$
	tot	8		
7	tot	8	2 punti per l'utilizzo dei triangoli simili (o il teorema di Euclide) 3 punti per r_1 3 punti per r_2	$r_1 = 65 \text{ cm}$ $r_2 = \frac{260}{9} \text{ cm}$
8	tot	8	2 punti per l'individuazione del grafico corretto 2 punti per il commento ad ogni altro grafico	B è corretto
Totale		64		

0-5	6-11	12-17	18-23	24-29	30-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-64
1	1 ½	2	2 ½	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6